

### Задача 1

Для электрической схемы, соответствующей номеру варианта и изображенной на рис.1, выполнить следующее:

1. Написать систему уравнений для расчета неизвестных токов в ветвях при помощи законов Кирхгофа (решать эту систему уравнений не следует).
2. Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.
3. Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.
4. Результаты расчета токов, выполненного двумя методами, свести в таблицу и сравнить их между собой.
5. Применяя теорему об эквивалентном генераторе (активном двухполюснике), определить ток в одной (любой) из ветвей.
6. Составить баланс мощностей.
7. Построить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего в себя обе ЭДС.

Данные:  $E = 130 \text{ В}$ ;  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 14 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 19 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 18 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 17 \text{ Ом}$ .

### Решение

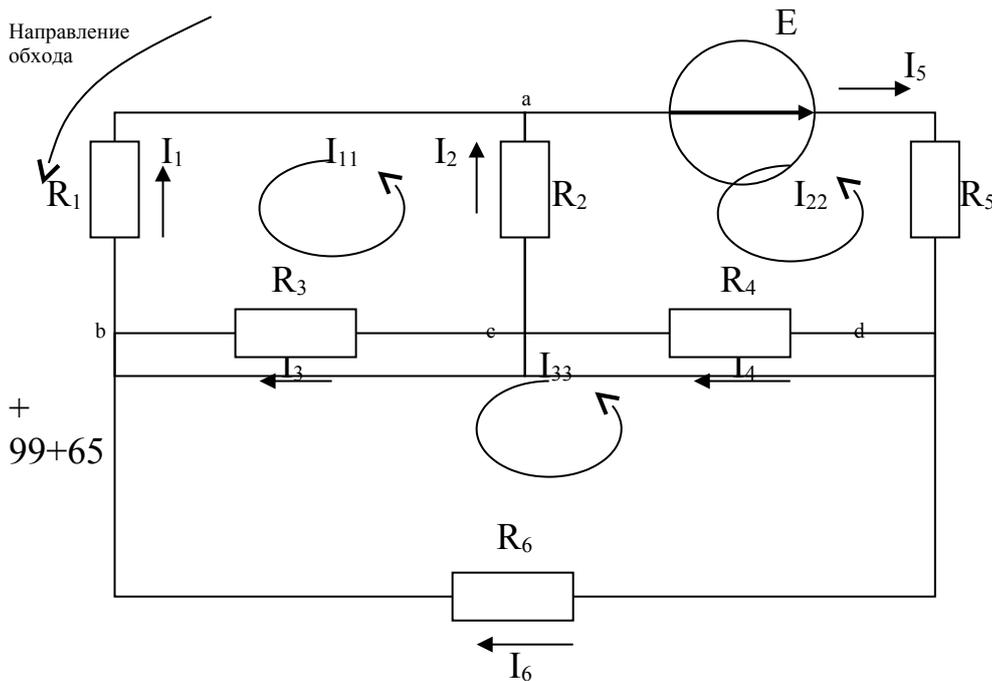


Рисунок 1

1. Составляем уравнения по законам Кирхгофа:

- по 1-му закону для узла a:  $I_1 + I_2 - I_5 = 0$ ;
- по 1-му закону для узла b:  $-I_1 + I_3 + I_6 = 0$ ;
- по 1-му закону для узла c:  $-I_2 - I_3 + I_4 = 0$ ;
- по 2-му закону для контура bcab:  $-I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$ ;
- по 2-му закону для контура acda:  $-I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = -E$ ;
- по 2-му закону для контура bR<sub>6</sub>dcb:  $I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_6 R_6 = 0$ .

Подставляя численные данные, получаем систему уравнений по законам Кирхгофа:

2. Для контурных токов составляем уравнения по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{22}R_2 - I_{33}R_3 = 0; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) - I_{33}R_4 = -E; \\ -I_{11}R_3 - I_{22}R_4 + I_{33}(R_3 + R_4 + R_6) = 0; \\ 26I_{11} - 4I_{22} - 14I_{33} = 0; \\ -4I_{11} + 41I_{22} - 19I_{33} = -130; \\ -14I_{11} - 19I_{22} + 50I_{33} = 0. \end{cases}$$

Полученную систему решаем по формулам Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 26 & -4 & -14 \\ -4 & 41 & -19 \\ -14 & -19 & 50 \end{vmatrix} = 32950;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -4 & -14 \\ -130 & 41 & -19 \\ 0 & -19 & 50 \end{vmatrix} = -60580;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 26 & 0 & -14 \\ -4 & -130 & -19 \\ -14 & 0 & 50 \end{vmatrix} = -143520;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 26 & -4 & 0 \\ -4 & 41 & -130 \\ -14 & -19 & 0 \end{vmatrix} = -71500;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-60580}{32950} = -1,839\text{A}; I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-143520}{32950} = -4,356\text{A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-71500}{32950} = -2,170\text{A}.$$

Токи в ветвях исходной схемы:

$$I_1 = -I_{11} = 1,839\text{A}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = -1,839 + 4,356 = 2,517\text{A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{11} = -2,170 + 1,839 = -0,331\text{A}; \quad I_4 = I_{33} - I_{22} =$$

$$= -2,170 + 4,356 = 2,186\text{A}; \quad I_5 = -I_{22} = 4,356\text{A};$$

$$I_6 = -I_{33} = 2,170\text{A}.$$

Знак минус указывает, что ток  $I_3$  направлен противоположно показанному на рисунке 1.

3. Составляем систему по методу узловых потенциалов (потенциал узла d принимаем равным нулю):

$$\begin{cases} \varphi_a(G/R_1 + 1/R_2 + 1/R_5) - \varphi_b(G/R_1) - \varphi_c(G/R_2) = \\ -\varphi_a(G/R_1) + \varphi_b(G/R_1 + 1/R_3 + 1/R_6) - \varphi_c(G/R_3) = \\ -\varphi_a(G/R_2) - \varphi_b(G/R_3) + \varphi_c(G/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4) = \\ \varphi_a(G/8 + 1/4 + 1/18) - \varphi_b(G/8) - \varphi_c(G/4) = -130 \\ -\varphi_a(G/8) + \varphi_b(G/8 + 1/14 + 1/17) - \varphi_c(G/14) = 0 \\ -\varphi_a(G/4) - \varphi_b(G/14) + \varphi_c(G/4 + 1/14 + 1/19) = 0 \\ 0,43056\varphi_a - 0,125\varphi_b - 0,25\varphi_c = -7,22222; \\ -0,125\varphi_a + 0,25525\varphi_b - 0,07143\varphi_c = 0; \\ -0,25\varphi_a - 0,07143\varphi_b + 0,37406\varphi_c = 0. \end{cases}$$

Полученную систему решаем по формулам Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,43056 & -0,125 & -0,25 \\ -0,125 & 0,25525 & -0,07143 \\ -0,25 & -0,07143 & 0,37406 \end{vmatrix} = 0,0126503;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -7,2222 & -0,125 & -0,25 \\ 0 & 0,25525 & -0,07143 \\ 0 & -0,07143 & 0,37406 \end{vmatrix} = -0,6527177;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,43056 & -7,2222 & -0,25 \\ -0,125 & 0 & -0,07143 \\ -0,25 & 0 & 0,37406 \end{vmatrix} = -0,4666625;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,43056 & -0,125 & -7,2222 \\ -0,125 & 0,25525 & 0 \\ -0,25 & -0,07143 & 0 \end{vmatrix} = -0,5253519;$$

$$\varphi_a = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-0,6527177}{0,0126503} = -51,597\text{В}; \varphi_b = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-0,4666625}{0,0126503} = -36,889\text{В};$$

$$\varphi_c = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-0,5253519}{0,0126503} = -41,529\text{В}.$$

Тогда токи в ветвях цепи рисунка 1:

$$I_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_1} = \frac{-36,889 + 51,597}{8} = 1,839\text{А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{R_2} = \frac{-41,529 + 51,597}{4} = 2,517\text{А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_3} = \frac{-41,529 + 36,889}{14} = -0,331\text{А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_d - \varphi_c}{R_4} = \frac{0 + 41,529}{19} = 2,186\text{А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_a - \varphi_d + E}{R_5} = \frac{-51,597 - 0 + 130}{18} = 4,356\text{А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_d - \varphi_b}{R_6} = \frac{0 + 36,889}{17} = 2,170\text{А}.$$

4. Результаты расчёта токов сводим в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчёта токов

Метод расчёта	Токи, А					
	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	I <sub>6</sub>
Метод контурных токов	1,839	2,517	-0,331	2,186	4,356	2,170
Метод узловых потенциалов	1,839	2,517	-0,331	2,186	4,356	2,170

Результаты расчёта токов по методу узловых потенциалов и методу контурных токов полностью совпадают.

5. Применяя метод эквивалентного генератора (МЭГ), найдём ток в резисторе R<sub>6</sub>.

Сначала закоротим источник ЭДС, разомкнём ветвь с резистором R<sub>6</sub> (рисунок 2).

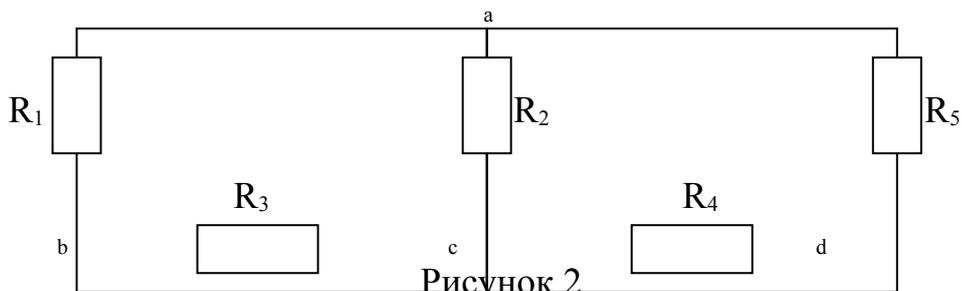


Рисунок 2

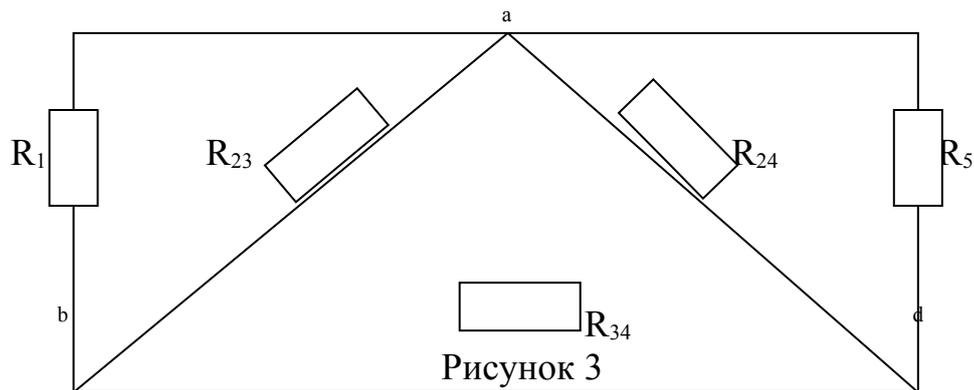
Найдём сопротивление внешней цепи относительно узлов b и d. Для этого преобразуем звезду сопротивлений 2, 3 и 4 в эквивалентный треугольник. Находим сопротивления треугольника:

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_4} = 4 + 14 + \frac{4 \cdot 14}{19} = 20,947 \text{ Ом};$$

$$R_{24} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_3} = 4 + 19 + \frac{4 \cdot 19}{14} = 28,429 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 R_4}{R_2} = 14 + 19 + \frac{14 \cdot 19}{4} = 99,5 \text{ Ом}.$$

Соответствующая схема изображена на рисунке 3.



Тогда входное сопротивление относительно зажимов b и d:

$$R_0 = R_{bd} = \left( \frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{\frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} + \frac{R_5 R_{24}}{R_5 + R_{24}}} \right)^{-1} =$$

$$= \left( \frac{1}{99,5} + \frac{1}{\frac{8 \cdot 20,947}{8 + 20,947} + \frac{18 \cdot 28,429}{18 + 28,429}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{99,5} + \frac{1}{5,7891 + 11,0216} \right)^{-1} = 14,381 \text{ Ом}.$$

Теперь рассматриваем исходную схему рисунка 1 с выключенной ветвью резистора  $R_6$  (рисунок 4).

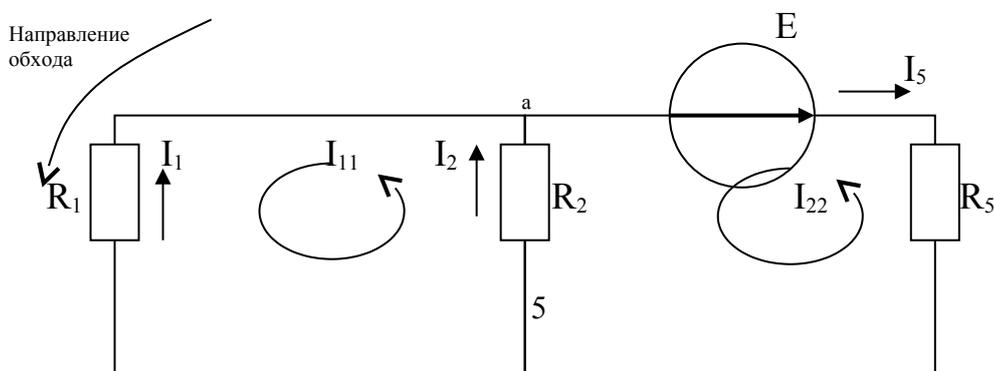
Находим токи в ветвях рисунка 4 по методу контурных токов. Для этого составляем уравнения по 2-му закону Кирхгофа по методу контурных токов:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{22}R_2 = 0; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) = -E; \\ 26I_{11} - 4I_{22} = 0; \\ -4I_{11} + 4I_{22} = -130; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26I_{11} - 4I_{22} = 0; \\ 40,385I_{22} = -130; \end{cases} \quad \begin{cases} I_{22} = -3,219 \text{ А}; \\ I_{11} = -0,495 \text{ А}. \end{cases}$$

Тогда токи в резисторах 3 и 4 рисунка 4:

$$I_3 = -I_{11} = 0,495 \text{ А}; \quad I_4 = -I_{22} = 3,219 \text{ А}.$$



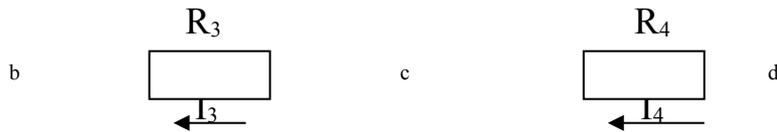


Рисунок 4

Напряжение между узлами b и d рисунка 4:

$$E_0 = U_{bd} = I_3 R_3 + I_4 R_4 = 0,495 \cdot 14 + 3,219 \cdot 19 = 68,091 \text{ В.}$$

Искомый ток в резисторе  $R_6$  схемы рисунка 1:

$$I_6 = \frac{E_0}{R_0 + R_6} = \frac{68,091}{14,381 + 17} = 2,170 \text{ А.}$$

Получили тот же результат, что и в предыдущих пунктах.

6. Составим баланс мощностей.

$$\text{Мощность источника: } P_u = I_5 E = 4,356 \cdot 130 = 566,3 \text{ Вт.}$$

Мощность приёмников:

$$P_{np} = \sum I_k^2 R_k = 1,839^2 \cdot 8 + 2,517^2 \cdot 4 + (-0,331)^2 \cdot 14 + 2,186^2 \cdot 19 + 4,356^2 \cdot 18 + 2,170^2 \cdot 17 = 566,3 \text{ Вт.}$$

Так как  $P_u = P_{np}$ , то баланс мощностей соблюдается, токи определены правильно.

7. Построим потенциальную диаграмму для внешнего контура цепи рисунка 1 – контура  $adR_6ba$ . Потенциал узла d принимаем равным нулю.

Потенциалы остальных точек контура:

$$\varphi_b = \varphi_d - I_6 R_6 = 0 - 2,170 \cdot 17 = -36,89 \text{ В;}$$

$$\varphi_a = \varphi_d - I_1 R_1 = -36,89 - 1,839 \cdot 8 = -51,60 \text{ В;}$$

$$\varphi_d = \varphi_a + E - I_5 R_5 = -51,60 + 130 - 4,356 \cdot 18 = -0,0008 \approx 0.$$

Для построения потенциальной диаграммы строим таблицу.

Таблица 2 – Расчётная таблица для построения потенциальной диаграммы

Точка контура	Накопленное сопротивление		Потенциал, В
	расчёт	значение, Ом	
d	0	0	0
b	$R_6$	17	-36,89
a	$R_6 + R_1$	25	-51,60
d	$R_6 + R_1 + R_5$	43	0

Строим потенциальную диаграмму.

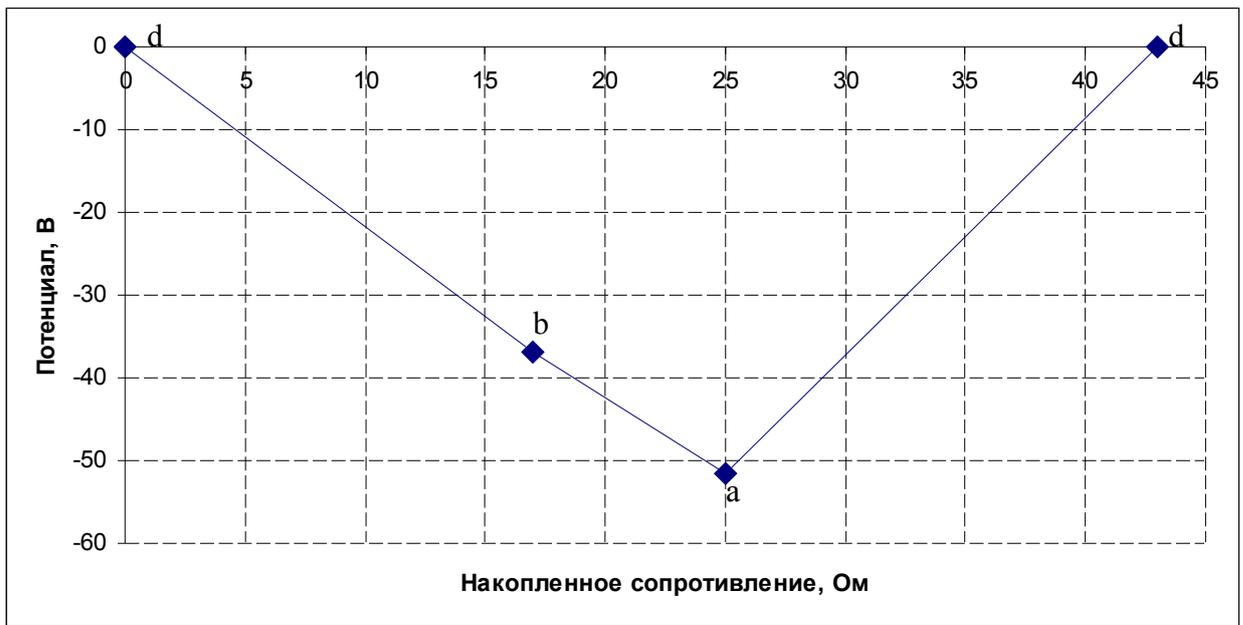


Рисунок 5 – Потенциальная диаграмма внешнего контура